

# Mecânica Geral - 2011.2 - IF-UFF - Lista de exercícios n. 7

Ernesto Galvão  
(Dated: October 5, 2011)

## I. PROBLEMAS DA LISTA

**1. Geodésica do cilindro.** Considere um cilindro de raio  $R$ , com eixo  $z$ . Ache a equação que dá  $\phi$  como função de  $z$  para a geodésica, que é o caminho mais curto entre dois pontos sobre o cilindro, dados por coordenadas cilíndricas  $(R, \phi_1, z_1)$  e  $(R, \phi_2, z_2)$ . A geodésica é única? Tente imaginar o cilindro cortado na vertical e desenrolado (um retângulo) para visualizar a geodésica.

**2. Tornando a integral estacionária.** Mostre que o caminho  $y = y(x)$  para o qual a integral  $S = \int_{x_1}^{x_2} x\sqrt{1 - y'^2} dx$  é estacionária é uma função arcsinh.

**3. OH.** Escreva a Lagrangeana para uma partícula que se movimenta no eixo  $x$ , sujeita à força  $F = -kx$  (com  $k > 0$ ). Ache a equação de Lagrange e a resolva.

### 4. Partículas ligadas por mola.

a) Escreva a Lagrangeana  $\mathcal{L}(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2)$  que descreve duas partículas de massas iguais ( $m$ ), confinadas ao eixo  $x$  e ligadas por uma mola de energia potencial  $U = \frac{1}{2}kx^2$ , onde  $x$  é a extensão em relação à posição de equilíbrio da mola,  $x = (x_1 - x_2 - L)$ , e onde  $L$  é o comprimento da mola sem distensão.

b) Reescreva a Lagrangeana em termos das novas variáveis  $X = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$  ( a posição do CM) e  $x$  (a distensão da mola). Escreva as duas equações de Lagrange para  $X$  e  $x$ .

c) Resolva para achar  $X(t)$  e  $x(t)$ , descrevendo o movimento.

**5. Atwood com  $I$ .** Use o método Lagrangeano para achar a aceleração da máquina de Atwood simples, considerando agora que a polia tem momento de inércia  $I$ . Lembrando: a máquina de Atwood é um sistema com duas massas penduradas nas pontas de uma corda que corre sem deslizar por uma polia. Dica: a energia cinética de rotação da polia será  $\frac{1}{2}I\omega^2$ ; você deve usar a condição de rolamento sem deslizamento para descrever o problema com somente uma variável.

## II. OUTROS PROBLEMAS RECOMENDADOS

Taylor cap. 6: 6.1, 6.2, 6.6, 6.11, 6.14, 6.15, 6.17. Taylor cap. 7: 10, 16, 18, 22.